

Zápočtová práce z předmětu Lineární algebra

1. (2 b.) Vypočtete součin $\mathbf{AB}$ následujících matic:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. (4 b.) Najděte všechna řešení soustavy lineárních rovnic:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 &= 1, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 &= 5. \end{aligned}$$

3. (1 b.) Soustava lineárních rovnic je zadána následující rozšířenou maticí:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Kolik má tato soustava řešení?

4. (4 b.) Najděte inverzní matici k matici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. (4 b.) Rozhodněte, zda je vektor $[2, 1, -3]$ lineární kombinací polynomů

$$[1, 1, 0], [0, 1, 1], [1, 0, 1].$$

Pokud ano, najděte koeficienty této lineární kombinace.

6. (1 b.) Určete dimenzi vektorového prostoru daného jako $\langle [1, 0, 0, 0], [2, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0] \rangle$.

7. (4 b.) Je dáno lineární zobrazení $\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ definované předpisy

$$\begin{aligned} \mathcal{A}([1, 1]) &= [2, 4], \\ \mathcal{A}([-1, 1]) &= [0, 0]. \end{aligned}$$

Určete $\mathcal{A}([1, 3])$.