

Zápočtový projekt č. 1 z MA3PM

1. Vypočtete délku křivky $k \subset \mathbb{R}^2$, jejíž parametrizace je daná předpisem

$$\varphi(t) = (t, 2 - \ln(\cos t)), \quad t \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle.$$

2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (y + z, x + z, x + y) \, ds,$$

kde (k) je jednoduchá uzavřená křivka, jejíž orientace je dána pořadím bodů $(a, 0, -a)$, $(0, a, 0)$ a $(-a, 0, a)$,

$$k = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = a^2 \wedge x + z = 0 \} \quad (a > 0).$$

Zápočtový projekt č. 2 z MA3PM

1. Vypočtete obsah válcové plochy

$$\tau = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge xy \geq z \geq 0 \right\}.$$

2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (y^2, z^2, x^2) \, ds,$$

kde (k) je orientovaný obvod trojúhelníku s vrcholy $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ a $(0, 0, 2)$, jehož orientace je dána uvedeným pořadím vrcholů.

Zápočtový projekt č. 3 z MA3PM

1. Vypočtete hmotnost křivky $x^2 + y^2 = a^2$ ($a > 0$), $x \geq 0$, $y \geq 0$, jestliže její hustota je v každém bodě $h(x, y) = x$.
2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (x, y, -z) \, d\sigma,$$

kde

$$L = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \wedge x \geq 0 \},$$

(L) je "strana" plochy L , která je "viditelná z počátku".

Zápočtový projekt č. 4 z MA3PM

1. Vypočtete hmotnost jednoho závitu šroubovice

$$\varphi(t) = (a \cos t, a \sin t, at) \quad (a > 0), \quad t \in \langle 0, 2\pi \rangle,$$

jestliže její hustota je v každém bodě $h(x, y) = x^2 + y^2$.

2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (xy^2, yz, x^2z) \, d\sigma,$$

kde (L) je kladně orientovaný povrch dutého válce

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \geq x^2 + y^2 \geq 1 \wedge 3 \geq z \geq 1\}.$$

Zápočtový projekt č. 5 z MA3PM

1. Vypočtete obsah válcové plochy

$$\tau = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = a^2 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x \geq z \geq 0\} \quad (a > 0).$$

2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (x, y, z) \, d\sigma,$$

kde (L) je kladně orientovaný povrch kužele

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \geq y^2 + z^2 \wedge 3 \geq x \geq 0\}.$$

Zápočtový projekt č. 6 z MA3PM

1. Vypočtete obsah válcové plochy

$$\tau = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = a^2 \wedge x^2 + y^2 \geq z \geq 0\} \quad (a > 0).$$

2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (2xy, -y^2, 2z) \, d\sigma,$$

kde (L) je kladně orientovaný povrch tělesa

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \geq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \right\}.$$

Zápočtový projekt č. 7 z MA3PM

1. Vypočtete hmotnost křivky $y^2 + 2z^2 = 4$, $x = z$, $x \geq 0$, jestliže její hustota je v každém bodě $h(x, y, z) = x(y^2 + z^2)$.
2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (yz, xz, xy) \, ds,$$

kde (k) je orientovaný obvod trojúhelníku s vrcholy $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ a $(0, 0, 2)$, jehož orientace je dána uvedeným pořadím vrcholů.

Zápočtový projekt č. 8 z MA3PM

1. Vypočtete hmotnost křivky $x^2 + y^2 = 4$, $x \geq 0$, jestliže její hustota je v každém bodě $h(x, y) = x(y + 2)$.
2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (x, y, x^2 + y^2) \, d\sigma,$$

kde (L) je kladně orientovaný povrch dutého válce

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : b^2 \geq x^2 + y^2 \wedge a \geq z \geq 0 \wedge y \geq 0\} \quad (a > 0, b > 0).$$

Zápočtový projekt č. 9 z MA3PM

1. Vypočtete hmotnost křivky

$$\varphi(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t) \quad (a > 0), \quad t \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle,$$

jestliže její hustota je v každém bodě $h(x, y) = x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}}$.

2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (z, 2, 5 + z) \, ds,$$

kde (k) je jednoduchá uzavřená křivka, jejíž orientace je dána pořadím bodů $(a, 3, 0)$, $(0, 3, a)$ a $(-a, 3, 0)$,

$$k = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = a^2 \wedge y = 3\} \quad (a > 0).$$

Zápočtový projekt č. 10 z MA3PM

1. Vypočtete délku křivky $k \subset \mathbb{R}^2$, jejíž parametrizace je daná předpisem

$$\varphi(t) = \left(t^2, t - \frac{t^3}{3} \right), t \in \langle -\sqrt{3}, \sqrt{3} \rangle.$$

2. Vypočtete pomocí Gaussovy-Ostrogradského věty plošný integrál 2. druhu

$$\iint_{(L)} (3x + y, 2y - z + 5, x + 2y + z) \, d\sigma,$$

kde (L) je kladně orientovaný povrch tělesa

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + z \leq 1 \wedge x \geq 0 \wedge 2 \geq y \geq 0 \wedge z \geq 0\}.$$

Zápočtový projekt č. 11 z MA3PM

1. Vypočtete délku křivky $k \subset \mathbb{R}^2$, jejíž parametrizace je daná předpisem

$$\varphi(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t) \quad (a > 0), \quad t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (-y, z, x) \, ds,$$

kde (k) je jednoduchá uzavřená křivka, jejíž orientace je dána pořadím bodů $(\frac{\sqrt{2}}{2}a, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}a)$, $(\frac{\sqrt{5}}{5}a, \frac{2\sqrt{5}}{5}a, 0)$ a $(-\frac{\sqrt{2}}{2}a, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}a)$,

$$k = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \wedge 2x - y + 2z = 0 \right\} \quad (a > 0).$$

Zápočtový projekt č. 12 z MA3PM

1. Vypočtete obsah válcové plochy

$$\tau = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge xy \geq z \geq 0 \right\}.$$

2. Vypočtete pomocí Stokesovy věty křivkový integrál 2. druhu

$$\int_{(k)} (y^2, z^2, x^2) \, ds,$$

kde (k) je orientovaný obvod trojúhelníku s vrcholy $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ a $(0, 0, 2)$, jehož orientace je dána uvedeným pořadím vrcholů.