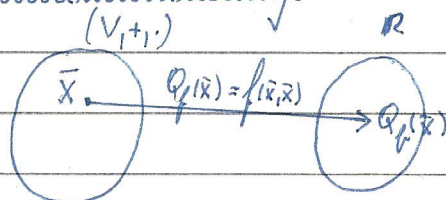


Kvadratické formy (V₁₊₁)



Př: Je dána bilineární forma f . Ukažte, že má příslušející kvadratickou formu Q_f

a) $f: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, kde $f(\bar{x}, \bar{y}) = 2x_1y_1 - 3x_1y_3 + 2x_2y_2 - x_3y_1 + x_3y_2$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$

$$\Rightarrow Q_f(\bar{x}) = f(\bar{x}, \bar{x}) = 2x_1x_1 - 3x_1x_3 + 2x_2x_2 - x_3x_1 + x_3x_2 = \underline{2x_1^2 - 4x_1x_3 + 2x_2^2 + x_3x_2}$$

(např. $Q_f(1, 2, -1) = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2^2 + (-1) \cdot 2 = 2 + 4 + 8 - 2 = 12$)

b) $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, kde $f(\bar{x}, \bar{y}) = x_1y_1 + 4x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2$; $\bar{x} = (x_1, x_2)$; $\bar{y} = (y_1, y_2)$

$$\Rightarrow Q_f(\bar{x}) = f(\bar{x}, \bar{x}) = x_1x_1 + 4x_1x_2 - x_2x_1 + x_2x_2 = \underline{x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2}$$

(Např. $Q_f(3, 2) = 3^2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 + 2^2 = 9 + 18 + 4 = 31$)

c) $f: P_3 \times P_3 \rightarrow \mathbb{R}$, kde $f(a(x); b(x)) = 3a(1)b(2) - 2a(2)b(1)$

$$\Rightarrow Q_f(a(x)) = f(a(x), a(x)) = 3a(1)a(2) - 2a(2)a(1) = \underline{a(1)a(2)}$$

(např. $Q_f(3x^2 - 2x + 5) = \underset{a(1)}{(3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 5)} \underset{a(2)}{(3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5)} = 6 \cdot 13 = 78$)

Př: Je dána kv. forma $Q_f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, kde $Q_f(\bar{x}) = 2x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$; $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$

Ukažte symetrickou bilineární formu f k níž Q_f přísluší a její matici vzhledem ke standardní bázi.

$$\underline{f(\bar{x}, \bar{y}) = 2x_1y_1 - x_2y_2 + 2x_1y_3 + 2x_3y_1 + x_2y_3 + x_3y_2}, \text{ kde } \bar{x} = (x_1, x_2, x_3); \bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$$

$$\underline{B_{f\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = (Q_f)_{\langle S \rangle}}$$

Pr: Nalezište matrici kv. formy Q_f vzhledem ke standardní bázis.

$$a) Q_f(\bar{x}) = X_1^2 - 2X_2^2 + 3X_3^2 - 4X_1X_2 + X_2X_3, \quad \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$$

$$\Rightarrow (Q_f)_{\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) Q_f(\bar{x}) = X_2^2 - X_3^2 + 2X_4^2 - 2X_1X_3 + 4X_2X_4; \quad \bar{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$$

$$(Q_f)_{\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c) Q_f(f(x)) = f(-2)f(-3); \quad f(x) \in P_3 = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

$$\begin{aligned} Q_f(f(x)) &= Q_f(x_1x^2 + x_2x + x_3) = (x_1(-2)^2 + x_2(-2) + x_3)(x_1(-3)^2 + x_2(-3) + x_3) = \\ &= (4x_1 - 2x_2 + x_3)(9x_1 - 3x_2 + x_3) = \\ &= 36x_1^2 - 12x_1x_2 + 4x_1x_3 \\ &\quad - 18x_1x_2 + 6x_2x_2 - 2x_2x_3 \\ &\quad + 9x_1x_3 - 3x_2x_3 + x_3^2 = \\ &= 36x_1^2 - 30x_1x_2 + 13x_1x_3 + 6x_2^2 - 5x_2x_3 + x_3^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (Q_f)_{\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 36 & -15 & \frac{13}{2} \\ -15 & 6 & -\frac{5}{2} \\ \frac{13}{2} & -\frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$d) Q_f(h(x)) = h(0)h(5), \quad h(x) \in P_2 = \{ax + b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$Q_f(h(x)) = Q_f(x_1x + x_2) = (x_1 \cdot 0 + x_2)(x_1 \cdot 5 + x_2) = 5x_1x_2 + x_2^2$$

$$\Rightarrow (Q_f)_{\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Př: Určete matici kvadratické formy Q_f vzhledem k bázi G .

a) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 - x_3^2 + 4x_1x_2$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$; $G = \{(1, 0, -1); (0, 2, 3); (0, 0, -5)\}$

$$(Q_f)_{\langle S \rangle} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(Q_f)_{\langle G \rangle} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -5 \\ 7 & -9 & 15 \\ -5 & 15 & -25 \end{pmatrix}$$

$\uparrow$ báze v řádcích $\uparrow$ $(Q_f)_{\langle S \rangle}$ $\uparrow$ báze ve sloupcích

b)

Klasifikace kvadratických forem

Pr: Klasifikujte kvadratickou formu

1) $Q_f(\bar{x}) = 4x_1^2 + x_2^2 + 12x_3^2 - 2x_1x_2 - 12x_1x_3$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -6 \\ -1 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$r_1 \leftrightarrow r_2$ $s_1 \leftrightarrow s_2$ $r_1 \xrightarrow{+} r_2$ $s_1 \rightarrow s_2$ $2r_2 \rightarrow r_3$ $2s_2 \rightarrow s_3$

$\Rightarrow Q_f$ je pozitivně semidefinitivní

2) $Q_f(\bar{x}) = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$r_1 \leftrightarrow r_2$ $s_1 \leftrightarrow s_2$ $r_2 \rightarrow r_1$ $s_2 \rightarrow s_1$ $2 \cdot r_2$

co teď?
jsme zss. na
zčátku!
potřebujeme
dostát někam
číslem na diagonálu

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$2 \cdot s_2$ $-r_1 \rightarrow r_2$
 $-r_1 \rightarrow r_3$ $-s_1 \rightarrow s_2$
 $-s_1 \rightarrow s_3$

Q_f je indefinitní

Př: Určete typ kvadratické formy a bázi, vzhledem k níž má diagonální matici

1) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 - 2x_1x_2 - 8x_2x_3$, kde $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2} \begin{pmatrix} -1 & 5 & -4 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{s_1 \leftrightarrow s_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{s_2 \leftrightarrow s_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{''D} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Q_f \text{ je pozitivně definitní}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_2 \leftrightarrow r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{báze } B = \{ (1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1) \}$$

ZK: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = D \checkmark$
 $B \quad (Q_f)_{B \leftrightarrow B} \quad B^T$

2.) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3$, kde $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-2r_1 \rightarrow r_2 \\ -2r_1 \rightarrow r_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-2s_1 \rightarrow s_2 \\ -2s_1 \rightarrow s_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-3 \cdot r_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-3s_3 \\ 4r_2 \rightarrow r_3}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 12 & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow{4r_2 \rightarrow r_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 12 & -27 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix} \xrightarrow{4s_2 \rightarrow s_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix} \Rightarrow Q_f \text{ je indefinitní}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{-2r_1 \rightarrow r_2 \\ -2r_1 \rightarrow r_3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-3r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{4r_2 \rightarrow r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{báze } B = \{ (1, 0, 0), (-2, 1, 0), (-2, 4, -3) \}$$

ZK: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix} = D \checkmark$

Pr. 1.1. Klasifikujte kvadratickou formu Q_f , která je $\forall \bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ dána předpisem:

1) $Q_f(\bar{x}) = -x_1^2 + 2x_1x_3 - x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{indefinitní!}}$$

$r_1 \rightarrow r_3 \quad s_1 \rightarrow s_1 \quad r_2 \rightarrow r_3$

2) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 - 2x_1x_3 + x_2^2 - 2x_2x_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{indefinitní!}}$$

$r_1 \rightarrow r_3 \quad s_1 \rightarrow s_3 \quad r_2 \rightarrow r_3$

3) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_3^2$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{pozitivně semidefinitní!}}$$

$r_1 \rightarrow r_2 \quad s_1 \rightarrow s_2$
 $r_1 \rightarrow r_3 \quad s_1 \rightarrow s_3$

4) $Q_f(\bar{x}) = -x_1^2 - 10x_2^2 - x_3^2 + 6x_1x_2 - 2x_2x_3$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 3 & -10 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{negativně semidefinitní!}}$$

5) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{pozitivně semidefinitní!}}$$

$r_1 \rightarrow r_3 \quad s_1 \rightarrow s_3 \quad r_2 \rightarrow r_3 \quad s_2 \rightarrow s_3$

6) $Q_f(\bar{x}) = x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_2x_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 6 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -3 \\ 0 & -15 & 15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -15 \\ 0 & -15 & 15 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -15 \\ 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{pozitivně definitní!}}$$

$r_1 \rightarrow r_2 \quad s_1 \rightarrow s_2 \quad 5r_3 \quad 5 \cdot s_3 \quad 3r_2 \rightarrow r_3 \quad 3s_2 \rightarrow s_3$

7) $Q_f(\bar{x}) = -x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \right] \sim \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow Q_f \text{ je } \underline{\text{negativně definitní!}}$$