

## Vybrané diskrétní náhodné veličiny

Hypergeometrická NV:  $X \rightarrow H(N, M, m)$

z celkem  $N$  prvků z nich  $M$  má vlastnost  $V$ .  $X$  představuje počet prvků s vlastností  $V$  mezi  $m$  vybranými.

$$P(X=k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad ; \quad EX = \frac{M}{N} \cdot m \quad ; \quad DX = m \left(1 - \frac{M}{N}\right) \frac{(N-m)}{(N-1)}$$

Pr. Ve skladu je 100 výrobků, z nichž je 15 vadných.

Určete pravděpodobnost, že mezi 10 náhodně vybranými výrobky je

a) právě 5 vadných výrobků

$X$  ... počet vadných výrobků mezi vybranými  $\Rightarrow X \rightarrow H\left(\overset{100}{N}, \overset{15}{M}, \overset{10}{m}\right)$

$$P(X=5) = \frac{\binom{15}{5} \cdot \binom{85}{5}}{\binom{100}{10}} = \underline{\underline{0,0057}} \quad (= \text{dhyper}(\overset{x}{5}, \overset{n}{15}, \overset{N-n}{85}, \overset{m}{10}))$$

b) 2 až 5 vadných výrobků

$$P(2 \leq X \leq 5) = \underbrace{P(X=2)}_{0,2919} + \underbrace{P(X=3)}_{0,4297} + \underbrace{P(X=4)}_{0,0345} + \underbrace{P(X=5)}_{0,0057} = \underline{\underline{0,4618}}$$

NEBO:

$$P(2 \leq X \leq 5) = \underbrace{P(X \leq 5)}_{\text{phyper}(5, 15, 85, 10)} - \underbrace{P(X \leq 1)}_{\text{phyper}(1, 15, 85, 10)} = \underline{\underline{0,4618}}$$

c) více než 3 vadných výrobků

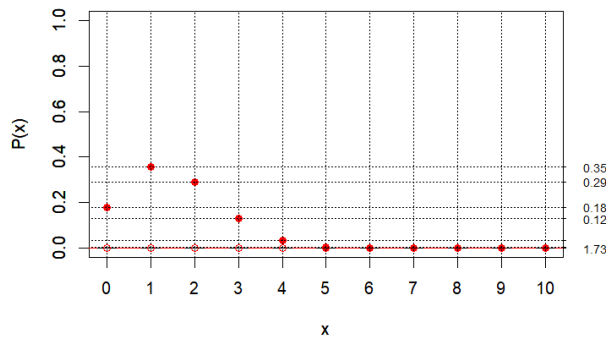
$$P(X > 3) = 1 - \underbrace{P(X \leq 3)}_{\text{phyper}(3, 15, 85, 10)} = \underline{\underline{0,0408}}$$

d) Vykreslete v R pravděpodobnostní funkci NV  $X \rightarrow H(100, 15, 10)$

```
# Pravděpodobnostní funkce
pravd.f = function(x,p){
  plot(x, p, # plná kolečka - v skutečných hodnotách
       ylab="P(x)", xaxt="n", pch=19, col=c("red"), ylim=c(0,1), main="Pravděpodobnostní funkce")
  lines(c(min(x)-100,max(x)+100),c(0, 0))
  for(i in 1:length(x)){
    lines(c(min(x)-100,max(x)+100), c(p[i],p[i]),
         type = 'l', lty = 3, lwd=0.5) # horizontální grid
    lines(c(x[i],x[i]), c(-0.1,1.1),
         type = 'l', lty = 3, lwd=0.5) # vertikální grid
  }
  par(new=TRUE) # že chceme kreslit do jednoho grafu
  plot(x, p*0, type="b", # prázdná kolečka - tam kde je definovaná nenulová hodnota
       ylab="P(x)", xaxt="n", col=c("red"), ylim=c(0,1))
  par(new=TRUE) # červená osa vlevo od nejmenší hodnoty
  d=c(x[1] - 0.1*x[length(x)] - x[1]), x[1])
  lines(d, d*0, type="b", ylab="", xlab="", col=c("red"), ylim=c(0,1))
  par(new=TRUE) # červená osa vpravo od nejmenší hodnoty
  d=c(x[length(x)], x[length(x)] + 0.1*(x[length(x)] - x[1]))
  lines(d, d*0, type="b", ylab="", xlab="", col=c("red"), ylim=c(0,1))
  axis(1, at=x, labels=x) # nastavení hodnot na X
  axis(4, at=p, labels=p, las=2, cex.axis=0.7, tck=-.01) # a y
}

x = 0:10 # minimálně 0, maximálně n nebo M má kladnou pravd.
P = dhyper(x, 15, 85, 10)
pravd.f(x, P)
```

Pravděpodobnostní funkce



e) Vykreslete v R distribuční funkci NV  $X \rightarrow H(100, 15, 10)$

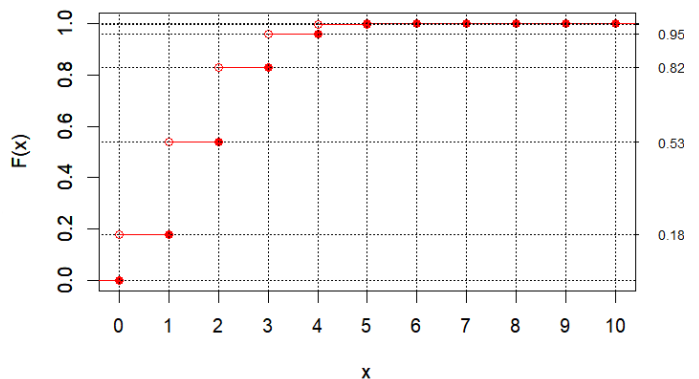
```
# vykreslime Distribuční funkci - použijeme dříve vytvořenou funkci:
# Funkce pro výpočet a vykreslení distribuční funkce
dist.f = function(x,p){
  F = cumsum(p)
  F_ext = c(0, F) # natáhneme F o 0 na začátku
  x_ext = c(x[1]-1, x, x[length(x)]+1) # a x z obou stran

  plot(x, F, ylab="F(x)", col=c("red"), xaxt="n", ylim=c(0,1), # prázdná kolečka
       type='p', main="Distribuční funkce")
  par(new=TRUE) # že chceme kreslit do jednoho grafu
  plot(x, F_ext[1:(length(F_ext)-1)], # plná kolečka
       col=c("red"), ylab="F(x)", xaxt="n", ylim=c(0,1), type='p', pch=19)

  for(i in 1:(length(x_ext)-1)){
    lines(c(min(x)-100,max(x)+100), c(F_ext[i],F_ext[i]),
         type = 'l', lty = 3, lwd=0.5) # horizontální grid
    lines(c(x_ext[i],x_ext[i]), c(-0.1,1.1),
         type = 'l', lty = 3, lwd=0.5) # vertikální grid
    lines(x_ext[i:(i+1)], c(F_ext[i],F_ext[i]), col=c("red")) # graf - čára
  }
  axis(1, at=x, labels=x) # nastavení hodnot na X
  axis(4, at=F, labels=F, las=2, cex.axis=0.7, tck=-.01) # a y
  return(F)
}

x = 0:10 # minimálně 0, maximálně n nebo M má kladnou pravd.
P = dhyper(x, 15, 85, 10) # vstupem do dist.f(x,P) je P...pravdepodobnostni fce
dist.f(x,P)
```

Distribuční funkce



f) Najděte nejmenší hodnotu NV  $X$  (označme ji  $X_{0.7}$ ) pro kterou je

$$F_x(X_{0.7}) = P(X < X_{0.7}) \geq 0.7$$

$$F_x(1) = P(X < 1) = P(X \leq 0) = 0.1807 = \text{phyper}(0, 15, 85, 10)$$

$$F_x(2) = P(X < 2) = P(X \leq 1) = 0.5375 = \text{phyper}(1, 15, 85, 10)$$

$$F_x(3) = P(X < 3) = P(X \leq 2) = 0.8295 = \text{phyper}(2, 15, 85, 10) \text{ Další hodnoty } F_x(x) \text{ porostou ...}$$

$$\Rightarrow \underline{X_{0.7} = 3}$$

Jinak:  $q\text{hyper}(q, M, N-M, m)$  je nejmenší hodnota  $x^*$  splňující:

$$P(X < \underline{x^*}) = P(X \leq x^*) \geq q \Rightarrow$$

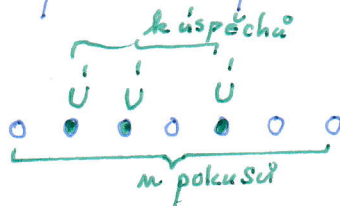
$$X_{0.7} = x^* + 1 = q\text{hyper}(0.7, 15, 85, 10) + 1 = \underline{3}$$

Binomická NV:  $X \rightarrow Bi(m, p)$

Pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu je  $p$ .

$X$  ... počet úspěchů při  $n$  pokusech.

$$P(X=k) = \binom{m}{k} p^k (1-p)^{m-k}$$



$$EX = m \cdot p$$

$$DX = m \cdot p \cdot (1-p)$$

$(1-p) p \cdot p (1-p) p (1-p) (1-p) = p^k (1-p)^{m-k} \dots$   
pravděpodobnost, že to dopadne právě takto, ale je  $\binom{m}{k}$  možností jak může být mezi  $n$  pokusy  $k$  úspěchů.

Př. 11 Pravděpodobnost, že výrobek je vadný je 0,15.

a) Určete pravděpodobnost, že mezi 10 náhodně vybranými jsou 2 vadné!

$X$  ... počet vadných (je vadný = úspěch) mezi 10 vybranými  $\Rightarrow X \rightarrow Bi(10; 0,15)$

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot 0,15^2 \cdot (1-0,15)^8 \doteq \underline{\underline{0,2759}} = \text{dbinom}(2, 10, 0,15)$$

(všimněte si dhyper(2, 15, 85, 10) = 0,2919)

b) Určete pravděpodobnost, že mezi 10 vybranými je 3 až 7 vadných.

$$P(3 \leq X \leq 7) = P(X=3) + \dots + P(X=7) = \underbrace{P(X \leq 7) - P(X \leq 2)}_{\text{pbinom}(7, 10, 0,15) - \text{pbinom}(2, 10, 0,15)} \doteq \underline{\underline{0,1798}}$$

c) Určete pravděpodobnost, že mezi 10 výrobky jsou více než 3 vadné.

$$P(X > 3) = P(X=4) + \dots + P(X=10) \stackrel{\text{nebo}}{\doteq} 1 - P(X \leq 3) \doteq \underline{\underline{0,0500}} = 1 - \text{pbinom}(3, 10, 0,15)$$

(srovnej s 1-phyper(3, 15, 85, 10) = 0,0408)

d) Určete  $EX$  a  $DX$

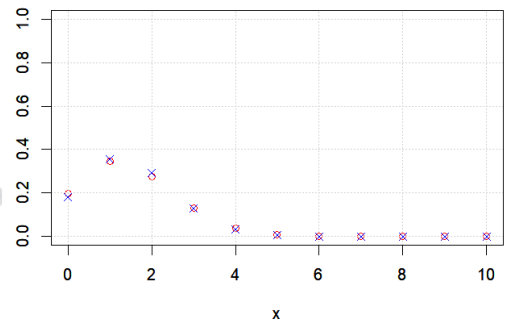
$$EX = 10 \cdot 0,15 = \underline{\underline{1,5}}$$

$$DX = 10 \cdot 0,15 \cdot (1-0,15) = \underline{\underline{1,275}}$$

e) Vykreslete graf pravděpodobnostní fce  $NV X \rightarrow Bi(10; 0,15)$  ○  
 srovnajte s grafem pravděpodobnostní fce  $NV X \rightarrow H(15, 100, 10)$  +

```
# vykreslíme pravděpodobnostní funkci
x = 0:10 # minimálně 0, maximálně n nebo M má kladnou pravd.
Px = dbinom(x, 10, 0.15)
plot(x, Px, ylab='', ylim=c(0,1), main="Pravdepodobnostni funkce", col=c("red"))
grid()
par(new=TRUE) # že chceme kreslit do jednoho grafu
Py = dhyper(x, 15, 85, 10)
plot(x, Py, pch=4, ylab='', ylim=c(0,1), main="Pravdepodobnostni funkce", col=c("blue"))
```

Pravdepodobnostni funkce

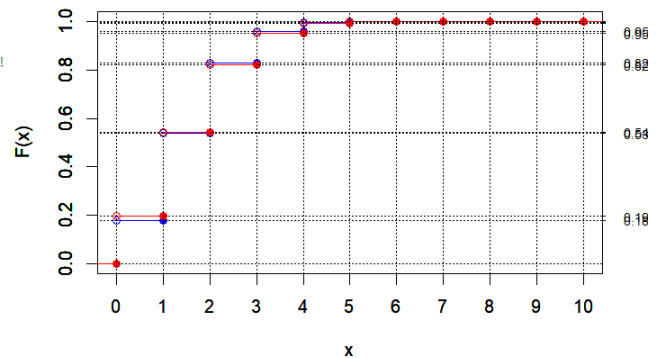


f) Vykreslete graf distribuční fce  $NV X \rightarrow Bi(10; 0,15)$  (červeně)  
 srovnajte s grafem distribuční fce  $NV X \rightarrow H(15, 100, 10)$ . (modře)

```
# f) Vykreslete graf distribuční funkce NV X -> Bi(10, 0.15)
# Distribuční funkce F(x) = P(X < x) = pro celá x!!! = P(X \leq x-1) = pbinom(x - 1, n, p)
# (protože pbinom(y, n, p) = P(X \leq y))
# ale pro x reálná se F(x) = P(X < x) liší od pbinom(x - 1, n, p) jen v celých x, jinde jsou stejné!

# vykreslíme Distribuční funkci - jednoduchá varianta:
x = -1:11 # minimálně 0, maximálně n nebo M má kladnou pravd.
F = pbinom(x, 10, 0.15)
plot(x, F, ylab='F_X', ylim=c(0,1), main="Pravdepodobnostni funkce", col=c("red"), type='s')
grid()
par(new=TRUE) # že chceme kreslit do jednoho grafu
Fy = phyper(x, 15, 85, 10)
plot(x, Fy, pch=4, ylab='', ylim=c(0,1), main="Pravdepodobnostni funkce", col=c("blue"), type='s')
```

Distribuční funkce



g) nalezníte nejmenší hodnotu  $NV X \rightarrow Bi(10, 0,15)$  (označme ji  $x_{0,5}$ )  
 pro kterou je  $F(x_{0,5}) = P(X < x_{0,5}) \geq 0,5$

$$\left. \begin{aligned} F_X(1) &= P(X < 1) = P(X \leq 0) = 0,1969 = \text{pbinom}(0, 10, 0,15) \\ F_X(2) &= P(X < 2) = P(X \leq 1) = 0,5443 = \text{pbinom}(1, 10, 0,15) \\ F_X(3) &= \dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{x_{0,5} = 2}}$$

NEBO:

$$\underline{\underline{x_{0,5} = 2}} = \text{qbinom}(0,5, 10, 0,15) + 1$$



Negativně binomická NV:  $X \rightarrow NB(k, p)$

$X$ ... počet nezávislých pokusů do  $k$ -tého úspěchu.

$$P(X = n) = \binom{n-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$EX = \frac{k}{p}$$

$$DX = \frac{k(1-p)}{p^2}$$

úspěch =  $n$ -tý pokus  
 $n-1$  pokusů kde je rozhozeno  $k-1$  úspěchů  $\Rightarrow$   
 $\binom{n-1}{k-1}$  možností - každá s ním nastane s  
 pravděpodobností  $p^k (1-p)^{n-k}$

Speciální případ, kdy  $k=1$ :

Geometrická NV:  $X \rightarrow G(p) = NB(1, p)$ ... počet pokusů do 1. úspěchu.

$$P(X = n) = \binom{n-1}{1-1} p^1 (1-p)^{n-1} = p (1-p)^{n-1}$$

Při hodě kostkou padne šestka s pravděpodobností  $\frac{1}{6}$ .

a) Určete pravděpodobnost, že šestka padne poprvé při 4-tém hodě.

$X$ ... počet hodů do 1. úspěchu (padne 6)  $\Rightarrow X \rightarrow NB(1, \frac{1}{6}) = G(\frac{1}{6})$

$$P(X = 4) = \binom{3}{0} p (1-p)^3 = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \underline{0,0965} = \text{dnbinom}\left(\begin{matrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}, \frac{1}{6}\right)$$

b) Určete pravděpodobnost, že šestka padne potřetí při 8-tém hodě.

$X$ ... počet hodů do 3. úspěchu  $\Rightarrow X \rightarrow NB(3, \frac{1}{6})$

$$P(X = 8) = \binom{7}{3-1} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(1-\frac{1}{6}\right)^5 = \underline{0,0391} = \text{dnbinom}\left(\begin{matrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{matrix}, \frac{1}{6}\right)$$

↑ počet úsp.  
↑ počet neúsp.

c) Určete pravděpodobnost, že druhá šestka padne dříve než při 5-tém hodě.

$X$ ... počet hodů do 2. úspěchu  $\Rightarrow X \rightarrow NB(2, \frac{1}{6})$

$$P(X < 5) = P(X \leq 4) = 0,1319 = \text{pnbinom}\left(\begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}, \frac{1}{6}\right)$$

↑ "k"  
↑ "n"

d) Jaké hodnotě se blíží průměr počtu hodů nulových k dosažení 4. úspěchu (počítané padne 6).

$X \dots$  počet hodů do 4. úspěchu  $\Rightarrow X \rightarrow NB(4, \frac{1}{6})$

$$EX = \frac{k}{p} = \frac{3}{\frac{1}{6}} = \underline{\underline{18}}$$

e) Určete rozptyl NV  $X \rightarrow NB(4, \frac{1}{6})$ .

$$DX = \frac{k(1-p)}{p^2} = \frac{4 \cdot \frac{5}{6}}{(\frac{1}{6})^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6^2}{6} = \underline{\underline{120}}$$

f) Určete nejmenší počet hodů  $m$  při kterém je více než 50% pravděpodobnost, že šestka padne poprvé dříve než při  $m$ -tém hodu.

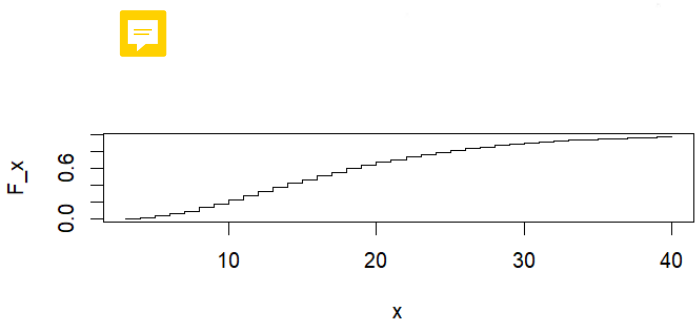
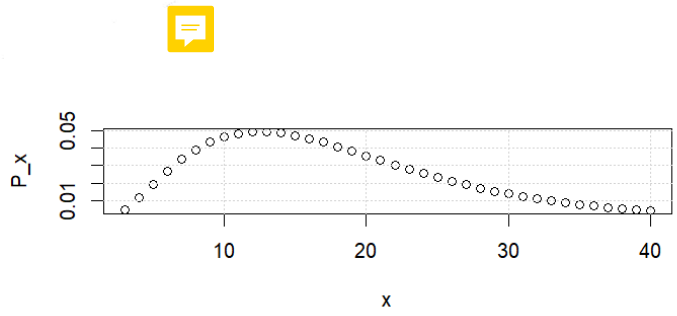
$\Rightarrow$  Vm hledáme co nejmenší  $m_{0.5}$  takové, aby  $P(X < m) = P(X \leq m-1) \geq 50\%$ , kde  $X \rightarrow NB(3, \frac{1}{6}) \Rightarrow$

$$m_{0.5} - 1 = \underbrace{qbinom(0.5, 3, \frac{1}{6})}_{\text{počet neúspěchů před } m_{0.5} - 1} + 3 \Rightarrow m_{0.5} = \underbrace{qbinom(0.5, 3, \frac{1}{6})}_{\text{počet úspěchů}} + 3 + 1 = \underline{\underline{17}}$$

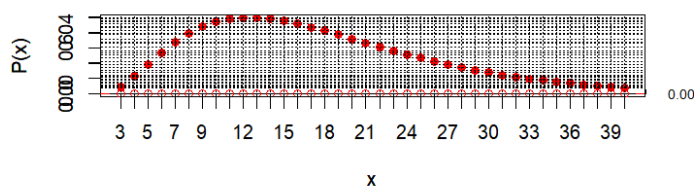
$$0.46 = P(X < 16) = P(X \leq 15) = pbinom(15, 3, \frac{1}{6})$$

$$0.51 = P(X < 17) = P(X \leq 16) = pbinom(16, 3, \frac{1}{6})$$

g) Vykreslete graf pravděpodobnostní a distribuční funkce náhodné veličiny  $X \rightarrow NB(3, \frac{1}{6})$ .



Pravděpodobnostní funkce



Poissonova NV:  $X \rightarrow P_0(\lambda)$

Sledujeme výskyt událostí při Poissonově procesu.

$X$  ... počet událostí (úspěchů) v intervalu  $\langle 0, t \rangle$ .

(časovém, délkovém, plošném, objemovém)

$$P(X=k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t} \quad ; \quad EX = \lambda t \quad ; \quad DX = \lambda t$$

↑ střední hodnotu aproximujeme průměrem

Pr.  
mi Na nádraží přijíždí dopoledne v průměru 1 vlak za 5 minut.  
(Střední hodnotu aproximujte průměrem.)

a) Určete pravděpodobnost, že během jedné dopolední hodiny přijede celkem 14 vlaků.

$X$  ... počet vlaků, které přijedou v intervalu  $\langle 0 \text{min}, 60 \text{min} \rangle$

1 vlak (za 5 minut)  $\Rightarrow$  12 vlaků (za 60 minut) = průměr  $\hat{=} EX = \lambda t \hat{=} 12$ .

↓  
 $X \rightarrow P_0(12)$

$$P(X=14) = \frac{12^{14}}{14!} e^{-12} = \text{dpois} \left( \overset{k}{14}, \overset{EX}{12} \right) = \underline{\underline{0,0905}}$$

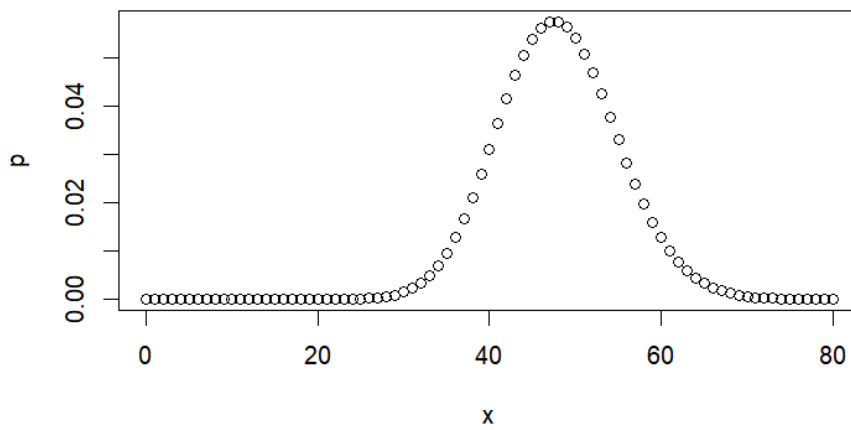
b) Určete pravděpodobnost, že přijede od 8:00 do 12:00 více než 40 vlaků

$X$  ... počet vlaků, které přijedou od 8:00 do 12:00 ( $\Rightarrow$  v int.  $\langle 0 \text{h}, 4 \text{h} \rangle$ )

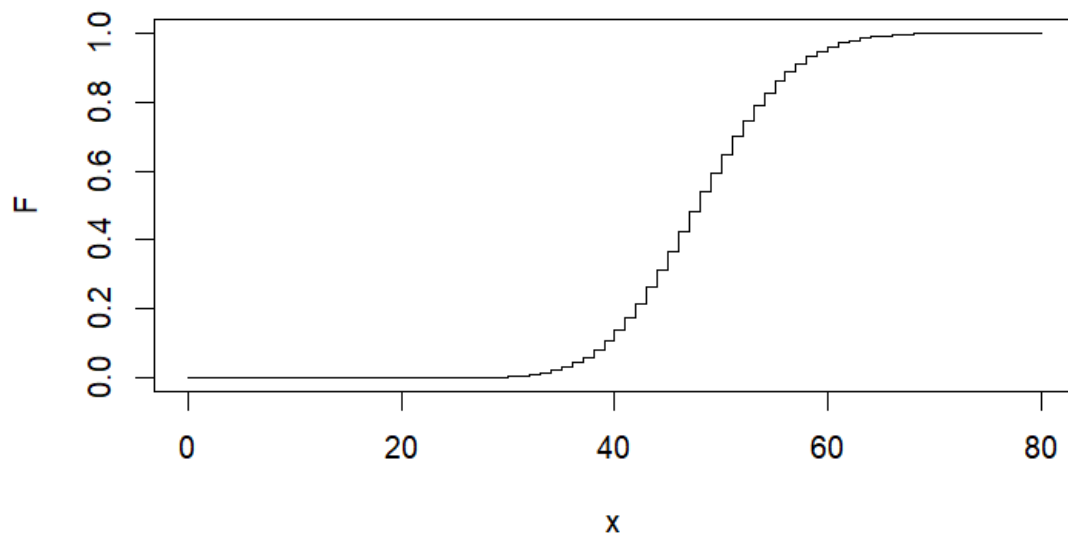
1 (za 5 min)  $\Rightarrow$  12 (za 1 h)  $\Rightarrow$  48 (za 4 h)  $\Rightarrow EX = \lambda t \hat{=} 48 \Rightarrow X \rightarrow P_0(48)$

$$P(X > 40) = 1 - P(X \leq 40) = 1 - \text{ppois}(40, 48) = \underline{\underline{0,8617}}$$

c) Načrtněte graf pravděpodobnostní funkce NV  $X \rightarrow P_0(48)$ .



d) Načrtněte graf distribuční funkce NV  $X \rightarrow P_0(48)$ .





<p><b>Hypergeometrická NV</b>  <math>X \rightarrow H(N, M, n)</math></p> <p><math>N</math>... počet všech prvků  <math>M</math>... počet prvků s vlastností <math>A</math>  <math>n</math>... počet náh. vybraných prvků</p> <p><b><math>X</math> ... počet objektů s vlastností <math>A</math> mezi <math>n</math> náhodně vybranými.</b>  <math>P(X = x) = dhyper(x, M, N - M, n)</math>  <math>P(X \leq x) = phyper(x, M, N - M, n)</math></p>	<p>-</p>
<p><b>Binomická NV</b>  <math>X \rightarrow Bi(n, p)</math></p> <p><math>n</math>... počet pokusů  <math>p</math>... pravděp. úspěchu</p> <p><b><math>X</math> ... počet úspěchů při <math>n</math> pokusech.</b>  <math>P(X = x) = dbinom(x, n, p)</math>  <math>P(X \leq x) = pbinom(x, n, p)</math></p>	<p><b>Poissonova NV</b>  <math>X \rightarrow Po(\lambda t)</math></p> <p><math>\lambda t = EX \doteq \bar{X}</math></p> <p><b><math>X</math> ... počet úspěchů v <math>\langle 0, t \rangle</math>.</b>  <math>P(X = x) = dpois(x, \lambda t)</math>  <math>P(X \leq x) = ppois(x, \lambda t)</math></p>
<p><b>Negativně Binomická NV</b>  <math>X \rightarrow NB(k, p)</math></p> <p><math>k</math>... počet úspěchů  <math>p</math>... pravděp. úspěchu</p> <p><b><math>X</math> ... počet pokusů do <math>k</math>-tého úspěchu (včetně)</b>  <math>P(X = x) = dnbinom(x - k, k, p)</math>  <math>P(X \leq x) = dnbinom(x - k, k, p)</math></p>	

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.



## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$





## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek



## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$P(X \geq 2)$



## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \text{phyper}(1, M, N - M, n)$$



## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \text{phyper}(1, M, N - M, n) = 1 - \text{phyper}(1, 20, 180, 30)$$



## Příklad

*Ve skladu je 200 součástek. 10 % z nich je vadných. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li ze skladu třicet součástek, tak nejméně dvě budou vadné?*

$X$  ... počet vadných součástek mezi 30 vybranými z 200.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 200$  ... součástek celkem

$M = 20$  ... vadných součástek

$n = 30$  ... vybraných součástek

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1)$$

$$= 1 - \text{phyper}(1, M, N - M, n) = 1 - \text{phyper}(1, 20, 180, 30)$$

$$= \underline{\underline{0.839071}}$$



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 11,4$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 11,4$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X = 5)$



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 11,4$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X = 5)$

$= dpois(5, \lambda t)$





## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 11,4$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X = 5)$

$= dpois(5, \lambda t) = dpois(5, 11.4)$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$  -částic.*

*a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$  -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 3 s (interval  $\langle 0s, 3s \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  11,4 za 3s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 11,4$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X = 5)$

$= dpois(5, \lambda t) = dpois(5, 11.4) = \underline{\underline{0.01796329}}$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0\text{min}, 2\text{min} \rangle$ ).



## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X > 450)$





## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X > 450) = 1 - P(X \leq 450)$$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X > 450) = 1 - P(X \leq 450)$$

$$= 1 - ppois(450, \lambda t)$$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X > 450) = 1 - P(X \leq 450)$$

$$= 1 - ppois(450, \lambda t) = 1 - ppois(450, 456)$$

## Příklad

*Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.*

*b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.*

$X$  ... počet vyzářených alfa částic během 2 minut (časový interval  $\langle 0min, 2min \rangle$ ).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 38 za 10s  $\Rightarrow$  3,8 za 1s  $\Rightarrow$  456 za 120s  $\Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 456$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X > 450) = 1 - P(X \leq 450)$$

$$= 1 - ppois(450, \lambda t) = 1 - ppois(450, 456) = \underline{\underline{0.5988064}}$$

Pokusy se zjistilo, že radioaktivní látka vyzařuje během 10 sekund průměrně 38  $\alpha$ -částic.

- a) Určete pravděpodobnost toho, že za 3 sekundy vyzáří tato látka právě pět  $\alpha$ -částic.
- b) Určete pravděpodobnost toho, že za 2 minuty vyzáří tato látka více než 450  $\alpha$ -částic.

## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$





## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu

$p = 0,08$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu

$p = 0,08$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(X \leq 4)$$



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu

$p = 0,08$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(X \leq 4) = \text{pnbinom}(4 - k, k, p)$$



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu

$p = 0,08$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(X \leq 4) = pnbinom(4 - k, k, p) = pnbinom(3, 1, 0.08)$$



## Příklad

*Pravděpodobnost, že se dovoláme do studia rozhlasové stanice, která právě vyhlásila telefonickou soutěž je 0,08. Jaká je pravděpodobnost, že se dovoláme nejvýše na 4. pokus?*

$X$  ... počet pokusů, než se dovoláme (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow NB(k, p)$  což je totéž jako:  $X \rightarrow G(p)$

$k = 1$  ... pokusy provádíme do 1. úspěchu

$p = 0,08$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(X \leq 4) = pnbinom(4 - k, k, p) = pnbinom(3, 1, 0.08)$$

$$= \underline{\underline{0.283607}}$$

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*



## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.



## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

$p = 0,5$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

$p = 0,5$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$P(8 \leq X \leq 12)$

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

$p = 0,5$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7)$$

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

$p = 0,5$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7)$$

$$= pbinom(12, 15, 0.5) - pbinom(7, 15, 0.5)$$

## Příklad

*Na stůl vysypeme 15 mincí. Jaká je pravděpodobnost, že počet mincí ležících lícem nahoru, je od 8 do 12 (včetně)?*

$X$  ... počet úspěchů (líc nahoru) při 15 pokusech.

$X \rightarrow B(n, p)$

$n = 15$  ... počet pokusů

$p = 0,5$  ... pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu

$$P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7)$$

$$= \text{pbinom}(12, 15, 0.5) - \text{pbinom}(7, 15, 0.5) = \underline{\underline{0.4963074}}$$



## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$   
 $\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X < 60)$



## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$   
 $\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X < 60) = P(X \leq 59)$$

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$   
 $\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X < 60) = P(X \leq 59)$$

$$= ppois(59, \lambda t)$$



## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$   
 $\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... **aproximace stř. hodnoty průměrem**

$$P(X < 60) = P(X \leq 59)$$

$$= ppois(59, \lambda t) = ppois(59, 66)$$

## Příklad

*Na třech metrech čtverečních pole roste průměrně 99 slunečnic. Určete pravděpodobnost, že na dvou metrech čtverečních pole poroste méně než 60 slunečnic.*

$X$  ... počet slunečnic (úspěchů, událostí) v plošném intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$ .

$X \rightarrow Po(\lambda t)$

v průměru 99 na  $3m^2 \Rightarrow 33$  na  $1m^2 \Rightarrow 66$  na  $2m^2 \Rightarrow$   
 $\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 66$  ... **aproximace stř. hodnoty průměrem**

$$P(X < 60) = P(X \leq 59)$$

$$= ppois(59, \lambda t) = ppois(59, 66) = \underline{\underline{0.2139214}}$$



## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

a) 5 skupinu AB.

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků



## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$P(X = 5)$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$P(X = 5) = dhyper(5, M, N - M, n)$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$$P(X = 5) = dhyper(5, M, N - M, n) = dhyper(5, 2, 27, 16)$$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$$P(X = 5) = dhyper(5, M, N - M, n) = dhyper(5, 2, 27, 16)$$

$$= \underline{\underline{0}}$$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*a) 5 skupinu AB.*

$X$  ... počet žáků se skupinou AB mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 2$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$$P(X = 5) = dhyper(5, M, N - M, n) = dhyper(5, 2, 27, 16)$$

= 0 Jasně od začátku!

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$



## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$P(X = 6)$



## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$P(X = 6) = dhyper(6, M, N - M, n)$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$P(X = 6) = dhyper(6, M, N - M, n) = dhyper(6, 12, 17, 16)$

## Příklad

*Ve třídě má 10 žáků krevní skupinu 0, 12 má skupinu A, 5 má skupinu B a 2 mají AB. Určete pravděpodobnost, že mezi 16 vybranými žáky jich bude mít*

*b) 6 skupinu A.*

$X$  ... počet žáků se skupinou A mezi 16 vybranými.

$X \rightarrow H(N, M, n)$

$N = 29$  ... žáků celkem

$M = 12$  ... žáků se skupinou AB

$n = 16$  ... vybraných žáků

$$P(X = 6) = dhyper(6, M, N - M, n) = dhyper(6, 12, 17, 16)$$

$$= \underline{\underline{0.2647939}}$$