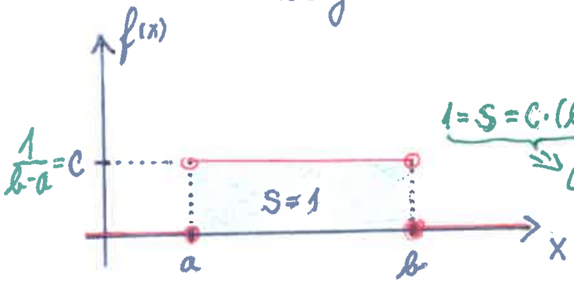
# Vybraná rozdělení spojité NV.

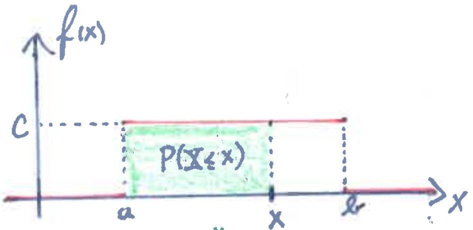
## NV s rovnoměrným rozdělením: $X \sim Ro(a, b)$

X nabývá hodnot z intervalu $(a, b)$. Všechna $x \in (a, b)$ mají stejnou hustotu výskytu:




$1 = S = C \cdot (b-a) \Rightarrow C = \frac{1}{b-a}$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{pro } x \in (a, b) \\ 0 & \text{pro } x \in \mathbb{R} \setminus (a, b) \end{cases}$$




$F(x_0) = P(X < x_0) = \int_a^{x_0} c \cdot dx = [cx]_a^{x_0} = cx_0 - ca = C(x_0 - a)$, $C = \frac{1}{b-a}$

pro $x_0 \in (a, b)$

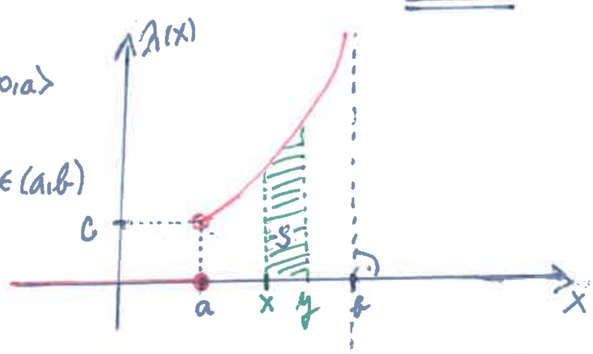
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, a\rangle \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{pro } x \in (a, b) \\ 1 & \text{pro } x \in \langle b, \infty) \end{cases}$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx = \int_a^b x \cdot c\, dx = \left[\frac{x^2}{2} c\right]_a^b = \left(\frac{b^2}{2}c - \frac{a^2}{2}c\right) = c\,\frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} = \underline{\underline{\frac{b+a}{2}}}$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx = \int_a^b x^2 c\, dx = \left[\frac{x^3}{3} c\right] = c\,\frac{b^3 - a^3}{3} = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} = \frac{(b-a)(b^2 + ba + a^2)}{3(b-a)} = \frac{b^2 + ba + a^2}{3}$$

$$DX = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{b^2 + ba + a^2}{3} - \frac{(b+a)^2}{4} = \frac{4b^2 + 4ba + 4a^2 - 3b^2 - 6ab - 3a^2}{12} = \underline{\underline{\frac{(b-a)^2}{12}}}$$

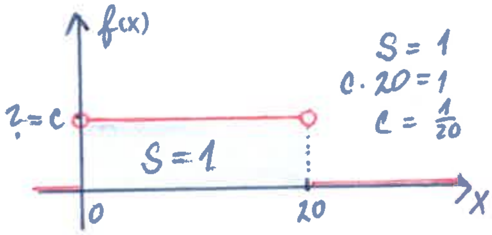
Intenzita poruch: $\lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, a\rangle \\ \frac{1}{b-x} & \text{pro } x \in (a, b) \end{cases}$



Př. Na výstavě obrazů je promítán film o životě autora. Jeho projekce začíná každých 20 minut. Náhodně přijdeme k promítacímu sálu.

a) Označme $X$ dobu čekání od příchodu do začátku filmu. Načrtněte graf a určete předpis hustoty pravděpodobnosti NV $X$.

Přijdeme v okamžiku $a = 0$ min a nevíme, kdy film začne. Víme jen, že to bude nejpozději v okamžiku $b = 20$ min. Všechny okamžiky v int. $(a,b)$ mají stejnou hustotu pravděpodobnosti, že právě v nich film začne, jinde je nulová.



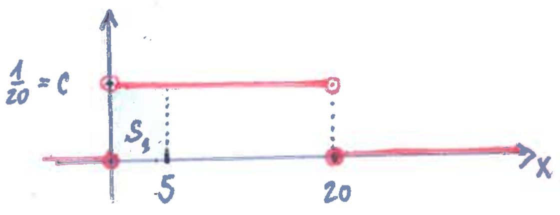

$$S = 1 \qquad c \cdot 20 = 1 \qquad c = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20} & ; \text{ pro } x \in (0,20) \\ 0 & \text{ pro } x \in \mathbb{R} \setminus (0,20) \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad X \sim Ro(a,b) = Ro(0,20)$

Rovnoměrné rozdělení na int. $(a,b)$.

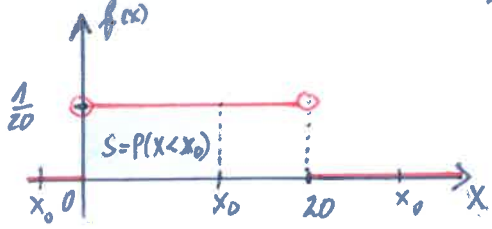
b) Určete pravděpodobnost, že nebudeme čekat déle než 5 minut.




$$S_1 = P(X < 5) = \frac{1}{20} \cdot 5 = \frac{1}{4}$$

Nebo: $$P(X<5) = \int_{-\infty}^{5} f(x)\,dx = \int_0^5 \frac{1}{20}\,dx = \left[\frac{1}{20}x\right]_0^5 = \frac{1}{20}\cdot 5 - \frac{1}{20}\cdot 0 = \frac{1}{4}$$

c) Určete distribuční funkci NV $X$ a načrtněte její graf



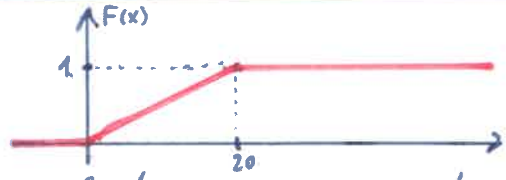

$$\Rightarrow \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, 0\rangle \\ \frac{1}{20}x & \text{pro } x \in (0, 20) \\ 1 & \text{pro } x \in \langle 20, \infty) \end{cases}$$

$x_0 \in (-\infty, 0\rangle \Rightarrow F(x_0) = P(X < x_0) = 0$

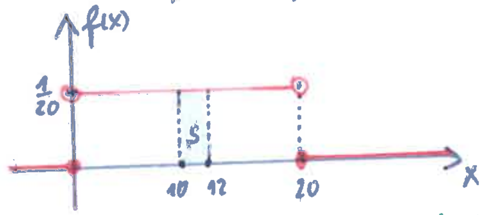
$x_0 \in (0, 20) \Rightarrow F(x_0) = P(X < x_0) = S = \frac{1}{20} \cdot x_0$

NEBO: $F(x_0) = \int_0^{x_0} \frac{1}{20}\,dx = \left[\frac{1}{20}x\right]_0^{x_0} = \frac{1}{20}x_0 - 0$

$x_0 \in \langle 20, \infty) \Rightarrow F(x_0) = P(X < x_0) = 1$




d) Určete pravděpodobnost, že budeme čekat 10 až 12 minut.




$\Rightarrow S$ je $\frac{1}{10}$ z celkové plochy pod křivkou (=1)

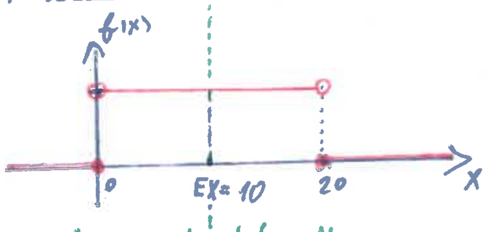
$\Rightarrow P(10 < X < 12) = \frac{1}{10}$

$$P(10 < X < 12) = \int_{10}^{12} f(x)\,dx = F(12) - F(10) =$$

$$= \frac{1}{20} \cdot 12 - \frac{1}{20} \cdot 10 = \frac{1}{20}(12 - 10) = \underline{\underline{\frac{1}{10}}} =$$

$= \text{punif}(12, 0, 20) - \text{punif}(10, 0, 20)$

e) Určete střední hodnotu čekání na začátek filmu a jeho rozptyl.




vzorec: $E(X) = \dfrac{a+b}{2} \quad \Rightarrow \quad E(X) = \frac{20}{2} = \underline{\underline{10}}$

nebo $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\,dx = \int_0^{20} \frac{x}{20}\,dx = \left[\frac{x^2}{40}\right]_0^{20} = \frac{400}{40} - \frac{0}{40} = \underline{\underline{10}}$

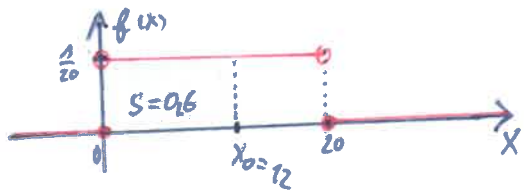
graf je symetrický podle osy $x = 10 \Rightarrow EX = 10$

vzorec: $D(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12} = \dfrac{20^2}{12} = \dfrac{400}{12} = \dfrac{100}{3} = \underline{\underline{33{,}\overline{3}}}$

nebo: $D(X) = \int_0^{20} (x-10)^2 \cdot \frac{1}{20}\,dx = \frac{1}{20} \int_0^{20} x^2 - 20x + 10^2\,dx = \frac{1}{20}\left[\frac{x^3}{3} - 10x^2 + 100x\right]_0^{20} = \frac{1}{20}\left(\frac{20^3}{3} - 4000 + 2000\right) = \frac{400}{3} - 100 = \underline{\underline{\frac{100}{3}}}$

f) Odhadněte dobu čekání již nepřekročí 60 % náhodně přicházejících lidí.

$\Rightarrow$ Hledáme $x_0$: $\quad P(X < x_0) = 0{,}6$




$\underline{\underline{x_0 = 12}} = \text{qunif}(0.6, 0, 20)$

$S = x_0 \cdot \frac{1}{20} = 0{,}6$

$x_0 = 0{,}6 \cdot 20 = \underline{\underline{12}}$

Př. Průměrná životnost součástky je 30 000 hodin. Předpokládejme, že součástka je v období stabilního života.

(období stab. života ⇒ životnost $X$ je NV, jejíž rozdělení pravděp. aproximujeme Exponenciálním rozdělením.)

a) Označme $X$... doba života součástky ⇒ $X \sim Exp(\lambda)$

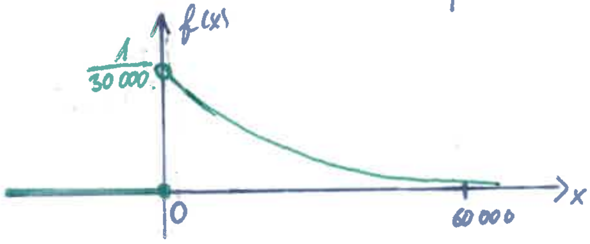
$$\Rightarrow f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x} \; ; \; F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \; ; \; E(X) = \frac{1}{\lambda} \; ; \; D(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (\lambda, x > 0)$$

určete parametr $\lambda$.

$$\bar{X} = 30\,000 \doteq E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\lambda \doteq \frac{1}{30\,000}}}$$

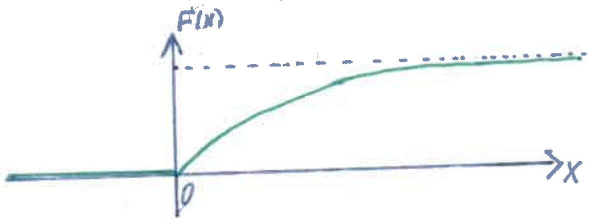
b) Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti NV $X \to Exp\left(\frac{1}{30\,000}\right)$.

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} = \dfrac{e^{-\frac{x}{30\,000}}}{30\,000} & \text{pro } x > 0 \\ 0 & \text{pro } x \le 0 \end{cases}$$




c) Načrtněte graf distribuční funkce NV $X \to Exp\left(\frac{1}{30\,000}\right)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \le 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{pro } x > 0 \end{cases}$$




d) Načrtněte graf intenzity poruch NV $X \to Exp\left(\frac{1}{30\,000}\right)$.

$$\lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \begin{cases} \frac{0}{1} = 0 & \text{pro } x \le 0 \\ \dfrac{\lambda e^{-\lambda x}}{1 - (1 - e^{-\lambda x})} = \lambda = \dfrac{1}{30\,000} & \text{pro } x > 0 \end{cases}$$

d) Určete pravděpodobnost, že součástka nevydrží více než 2000 h.

$$P(X<2000) = F(2000) = 1 - e^{-\frac{2000}{30\,000}} \doteq \underline{\underline{0{,}0645}} = pexp(2000, \underbrace{1/30000}_{=\lambda})$$

e) Určete pravděpodobnost, že součástka vydrží více než 35 000 h

$$P(X>35\,000) = 1 - P(X\le 35\,000) = 1 - F(35\,000) = e^{-\frac{35}{30}} \doteq \underline{\underline{0{,}3114}}$$

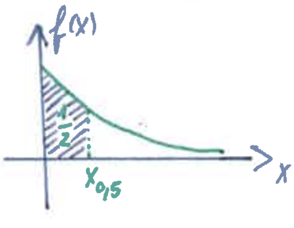
$1 - pexp(35\,000, 1/30\,000)$

f) Určete pravděpodobnost, že součástka vydrží 20000 až 30000 h.

$$P(20000 < X < 30\,000) = \underbrace{F(30\,000) - F(20000)}_{pexp(30000,\lambda) - pexp(20000,\lambda)} = -e^{-\frac{30}{30}} + e^{-\frac{20}{30}} \doteq \underline{\underline{0{,}1455}}$$

g) Určete dobu do níž se porouchá 50% součástek.

⇒ Hledáme $x$: $P(X<x) = 0{,}5 \Rightarrow F(x) = 0{,}5 \Rightarrow 1 - e^{-\lambda x} = 0{,}5 \Rightarrow$



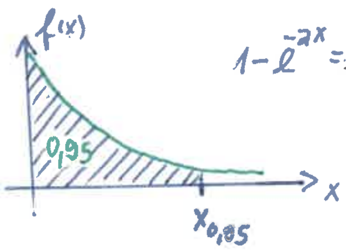

$\Rightarrow e^{-\lambda x} = 0{,}5 \Rightarrow -\lambda x = \ln 0{,}5 \Rightarrow x = \frac{\ln 0{,}5}{-\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -30\,000 \cdot \ln 0{,}5 \doteq \underline{\underline{20\,794\ h}} = qexp(0{,}5, 1/30\,000)$

není to EX = 35 000!!!

h) Určete dobu, kterou přežije jen 5% součástek

⇒ Hledáme $x$: $P(X>x) = 0{,}05 \Rightarrow P(X<x) = 0{,}95 \Rightarrow$ analogicky




$1 - e^{-\lambda x} = 0{,}95 \Rightarrow e^{-\lambda x} = 0{,}05 \Rightarrow x = \frac{\ln 0{,}05}{-\lambda} = -30\,000 \cdot \ln 0{,}05 \doteq \underline{\underline{89\,872\ h}}$

$= qexp(0{,}95, 1/30000)$

Př.: Předpokládejme, že životnost sondy na Venuši má Weibullovo rozdělení pravděpodobnosti s lineárně rostoucí rizikovou funkcí a parametrem měřítka $\vartheta = \frac{1}{\lambda} = 2$. (Jednotkou času jsou dny)

$X$ ... doba přežití sondy [dny] $\Rightarrow$ $X \to Wb(\vartheta, \beta)$

parametr měřítka theta - scale

parametr tvaru - shape

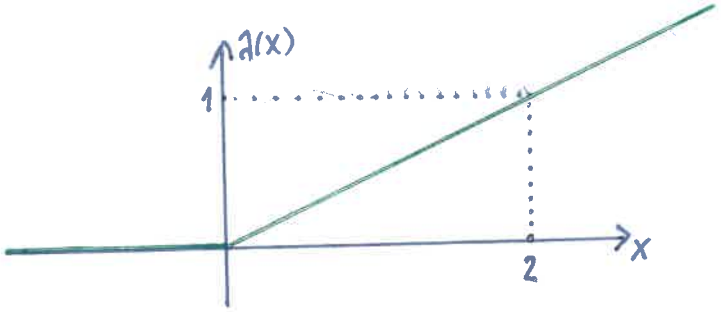
a) Načrtněte graf rizikové funkce $\lambda(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ \beta \cdot \lambda^{\beta} x^{\beta-1} e^{-(\lambda x)^{\beta}} & \text{pro } x > 0 \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ 1 - e^{-(\lambda x)^{\beta}} & \text{pro } x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ \dfrac{\beta \cdot \lambda^{\beta} \cdot x^{\beta-1} e^{-(\lambda x)^{\beta}}}{e^{-(\lambda x)^{\beta}}} = \beta \cdot \lambda^{\beta} \cdot x^{\beta-1} \end{cases}$$

Ze zadání víme, že $\lambda(x)$ je lineární $\Rightarrow$ $\beta - 1 = 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{\beta = 2}$

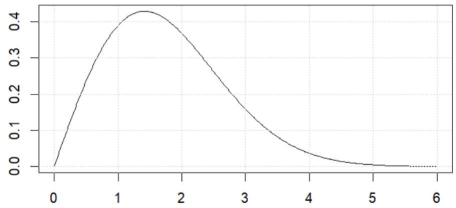
$$\Rightarrow \lambda(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \leq 0 \\ 2 \cdot \lambda^2 \cdot x = 2 \cdot \left(\frac{1}{\vartheta}\right)^2 \cdot x = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x = \frac{1}{2} x & \text{pro } x > 0 \end{cases}$$



b) Načrtněte graf hustoty pravděpodobnosti NV $X \to Wb(\underset{\theta}{2}, \underset{\beta}{2})$

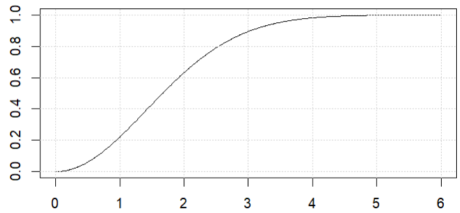
$f(x) = \text{dweibull}(x, \underset{\text{shape}}{\beta}, \underset{\text{scale}}{\theta})$

Pozor! parametry



c) Načrtněte graf distribuční funkce NV $X \to Wb(2,2)$

$F(x) = \text{pweibull}(x, \beta, \theta)$



d) Určete pravděpodobnost, že sonda na Venuši vydrží alespoň 3 dny.

$$P(X>3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - F(3) = e^{-(\lambda 3)^{\beta}} = e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^2} \doteq \underline{\underline{0{,}1054}} = 1\text{-pweibull}(\underset{x}{3}, \underset{\beta}{2}, \underset{\theta}{2})$$

e) Odhadněte kolik dní přežije na Venuši 90% sond.

$\Rightarrow$ Hledáme $x_0$: $\quad P(X > x_0) = 0{,}9 \Rightarrow P(X < x_0) = 0{,}1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F(x_0) = 1 - e^{-(\lambda x_0)^{\beta}} = 0{,}1 \Rightarrow e^{-(\lambda x_0)^{\beta}} = 0{,}9 \Rightarrow -(\lambda x_0)^{\beta} = \ln 0{,}9 \Rightarrow x_0 = \sqrt[\beta]{\frac{-\ln 0{,}9}{\lambda^{\beta}}}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{\sqrt[2]{\ln 0{,}9}}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \sqrt[2]{\ln 0{,}9} = \underline{\underline{0{,}6492}} = \text{qweibull}(0{,}1, 2, 2)$$

f) Odhadněte pravděpodobnost, že sonda, která právě přežila 3 dny bude zničena do deseti hodin od této chvíle.

$$P(t \leq X < t + \Delta t \mid X > t) \doteq \lambda(t) \cdot \Delta t$$

$$P(3 < X < 3 + \tfrac{10}{24} \mid X > 3) \doteq \lambda(3) \cdot \frac{10}{24} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{10}{24} = \frac{15}{24} = \underset{}{\overset{0{,}625}{\frac{5}{8}}} = \frac{\text{dweibull}(3,2,2)}{1-\text{pweibull}(3,2,2)} \cdot 10/24$$

VŠIMNĚME SI: $\lambda(3) \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \Delta t = \frac{3}{2} \cdot \Delta t > 1$ pro $\Delta t > \frac{2}{3}$ dne $= 16$ hodin

$\Rightarrow$ pro $\Delta t > 16$ hodin dostaneme naprosto nesmyslný odhad $\Rightarrow$ je třeba $\Delta t \to 0$.

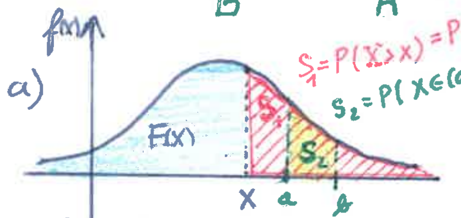
$\Rightarrow$ skutečná hodnota: $P(X \in (x, x+\Delta x) \mid X > x) = \frac{P(X \in (x, x+\Delta x))}{P(X > x)} = \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} = \underline{\underline{0{,}4875}}$

**Poznámka:** Kde se vzal odhad:

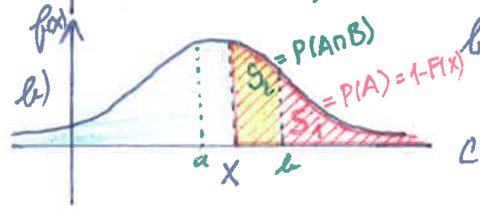
$$P(\underbrace{x<X<x+\Delta x}_{A} \mid \underbrace{X>x}_{B}) \doteq \underbrace{\lambda(x)}_{=\frac{f(x)}{1-F(x)}}\cdot \Delta x \quad ?$$

Z definice podmíněné pravděpodobnosti: $P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

$$P(\underbrace{X\in(a,b)}_{B} \mid \underbrace{X>x}_{A}) = ?$$




a) $(a,b)\subseteq(x,\infty) \Rightarrow P(A|B) = \dfrac{P(\overbrace{A\cap B}^{=A})}{P(A)} = \dfrac{\int_a^b f(x)\,dx}{1-F(x)} = \dfrac{F(b)-F(a)}{1-F(x)}$




b) $a<x<b \Rightarrow P(A|B) = \dfrac{P(X\in(x,b))}{P(X>x)} = \dfrac{F(x)-F(b)}{1-F(x)}$

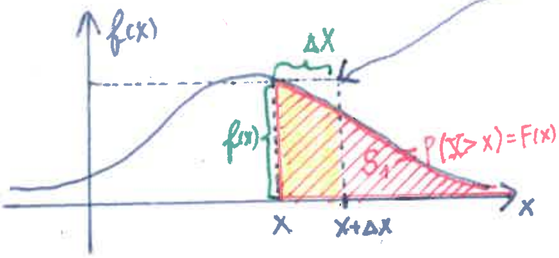
c) $a<b<x \Rightarrow A\cap B = \emptyset \Rightarrow P(A|B) = \dfrac{P(\emptyset)}{1-F(x)} = 0$

Je to analogie s A... modroocí B... blonďáci


$P(B)=0{,}5$ blonďáků je 50% ze všech

Mezi modrookými je cca $\dfrac{2}{3} = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ blonďáků
$= P(B|A)$

$\Rightarrow$

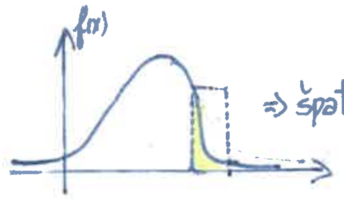



$$\Rightarrow P(X\in(x,x+\Delta x) \mid X>x) = \frac{\int_x^{x+\Delta x} f(x)\,dx}{1-F(x)} \doteq \frac{\overbrace{f(x)\cdot\Delta x}^{\text{plocha obdélníku}}}{1-F(x)}$$

$= \lambda(x)$

tento odhad umí být velmi špatný! má být:

$$P(x<X<x+\Delta x \mid X>x) = \frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{1-F(x)}$$




$\Rightarrow$ špatný odhad

# 6. Vybraná rozdělení spojité náhodné veličiny

| **Rozdělení NV** | **Popis** | **Hustota pravděpodobnosti**<br>**Distribuční funkce**<br>**Intenzita poruch** | $E(X)$ | $D(X)$ |
|---|---|---|---|---|
| **Rovnoměrné**<br>$Ro(a,b)$ | $f(x)$ je na $(a;b)$ konstantní, jinde nulová | $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in\langle a;b\rangle\\ 0 & \text{jinde}\end{cases}$ | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{(a-b)^2}{12}$ |
| **Exponenciální**<br>$Exp(\lambda)$ | doba do 1. události, doba mezi událostmi (pouze v období stabilního života) | $f(t)=\lambda\cdot e^{-\lambda t}; t>0; \lambda>0$<br>$F(t)=1-e^{-\lambda t}; t>0; \lambda>0$<br>$\lambda(t)=\lambda=\text{konst.}; t>0; \lambda>0$ | $\frac{1}{\lambda}$ | $\frac{1}{\lambda^2}$ |
| **Erlangovo**<br>$Erlang(k;\lambda)$ | doba do k-té události | $f(t)=\lambda\cdot e^{-\lambda t}\cdot\frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}; t>0$<br>$F(t)=1-e^{-\lambda t}\cdot\sum\limits_{j=0}^{k-1}\frac{(\lambda t)^j}{j!}$<br>$\lambda(t)=\frac{\lambda}{(k-1)!\sum\limits_{j=0}^{k-1}\frac{1}{(k-1-j)!(\lambda t)^j}}$ | $\frac{k}{\lambda}$ | $\frac{k}{\lambda^2}$ |
| **Weibullovo**<br>$W(\Theta,\beta)$ | doba do 1. události (poruchy)(vhodná volba $\beta$ umožuje použití v libovolném období intenzity poruch) | $f(t)=\frac{\beta}{\Theta}\left(\frac{t}{\Theta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^{\beta}}$<br>$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{\Theta}\right)^{\beta}}$<br>$\lambda(t)=\frac{\beta}{\Theta}\left(\frac{t}{\Theta}\right)^{\beta-1}\quad t>0;\Theta>0;\beta>0$<br>Pro $\beta=1$, $\Theta=\frac{1}{\lambda}$ } exp. rozdělení | | |
| **Normované normální**<br>$N(0,1)$ | hodnoty distribuční funkce jsou tabelovány, hustota pravděpodobnosti je sudá funkce - Gaussův klobouk | $\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}; -\infty<x<\infty$<br>$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ | 0 | 1 |
| **Normální**<br>$N(\mu;\sigma^2)$ | distribučí funkci určjeme pomocí standardizace normální náhodné veličiny | $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}$<br>$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\left(\frac{t-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}dt$ | $\mu$ | $\sigma$ |
| **Logaritmicko -normální**<br>$LN(\mu;\sigma^2)$ | distribuční funkci určujeme převodem na dis. funkci norm. normálního rozdělení | $f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\left(\frac{ln(x)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}; x>0$ | $e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$ | $e^{2\mu+\sigma^2}\cdot$<br>$\cdot(e^{\sigma^2-1})$ |

**Př.** Předpokládejme, že výška chlapců ve věku 3,5 až 4 roky je NV s normálním rozdělením se střední hodnotou $\mu = 102\,cm$ a směrodatnou odchylkou 4,5cm.

a) Odhadněte procento chlapců majících výšku menší, nebo rovnou 93 cm.

$$x \doteq P(X \le 93) = F(93) \doteq \underline{\underline{0{,}0228}} = \text{pnorm}(\underset{x}{93}, \underset{\mu}{102}, \underset{\sigma = \sqrt{DX}}{4.5})$$

$\Rightarrow$ cca 2% chlapců.

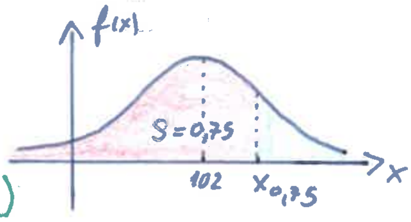
NEBO:

$$P(X \le 93) = P(X - \mu \le 93 - \mu) = P\Big(\underbrace{\frac{X-\mu}{\sigma}}_{= Z \sim N(0,1)} \le \frac{93-\mu}{\sigma}\Big) =$$

$$= P\Big(Z \le \underbrace{\frac{93-102}{4{,}5}}_{= -2}\Big) = P(Z < -2) = \underbrace{\Phi(-2)}_{= \text{pnorm}(-2,0,1), \text{ nebo z tabulek}} = 0{,}0228$$

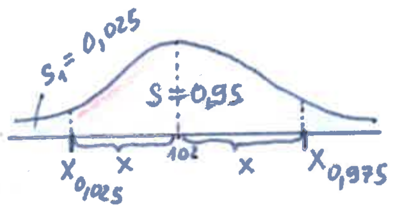
b) Odhadněte jakou výšku nepřekročí 75% chlapců.

$\Rightarrow$ Hledáme $x_{0,75}$: $\quad P(X < x_{0,75}) = 0{,}75$




$$\underline{\underline{x_{0,75} \doteq 105 \text{ cm}}} = \text{qnorm}(0.75, 102, 4.5)$$

c) Určete interval $(102-x, 102+x)$ v němž je výška 95% všech chlapců.




$$\Rightarrow (102-x, 102+x) = (\underset{= \text{qnorm}(0{,}025, 102, 4.5)}{x_{0,025}}, \overset{\text{qnorm}(0.975, 102, 4.5)}{x_{0,975}}) \doteq \underline{\underline{(93\,cm, 111\,cm)}}$$