

Vybrané spojité NV

Pavel Jahoda

10. března 2024

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Velikost X představující dobu čekání na poruchu má rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ...doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Velikost X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Velikost X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

hledáme t_0 : $P(X > t_0) = 0.99$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

hledáme t_0 : $P(X > t_0) = 0.99$

$$P(X < t_0) = 0.01$$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

hledáme t_0 : $P(X > t_0) = 0.99$

$$P(X < t_0) = 0.01$$

$$F(t_0) = 0.01$$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

hledáme t_0 : $P(X > t_0) = 0.99$

$$P(X < t_0) = 0.01$$

$$F(t_0) = 0.01$$

$$t_0 = F^{-1}(0.01) = \text{qexp}(0.01, \lambda)$$

Příklad

Výrobní zařízení má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Veličina X představující dobu čekání na poruchu má exponenciální rozdělení. Určete dobu t_0 tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat delší dobu než t_0 , byla 0,99.

X ... doba do poruchy (tj. do 1. úspěchu).

$X \rightarrow \text{Exp}(\lambda)$

$$EX = \frac{1}{\lambda} = 2000 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2000}$$

hledáme t_0 : $P(X > t_0) = 0.99$

$$P(X < t_0) = 0.01$$

$$F(t_0) = 0.01$$

$$t_0 = F^{-1}(0.01) = q_{\text{exp}}(0.01, \lambda)$$

$$= \underline{\underline{20.10067 \text{ hodin}}}$$

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

$X \rightarrow N(\mu = 26,4; \sigma = 0,2)$

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

$X \rightarrow N(\mu = 26,4; \sigma = 0,2)$

$P(26 < X < 27) =$

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

$X \rightarrow N(\mu = 26,4; \sigma = 0,2)$

$$P(26 < X < 27) = F(27) - F(26)$$

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

$X \rightarrow N(\mu = 26,4; \sigma = 0,2)$

$$\begin{aligned} P(26 < X < 27) &= F(27) - F(26) \\ &= \text{pnorm}(27, 26.4, 0.2) - \text{pnorm}(26, 26.4, 0.2) \end{aligned}$$

Příklad

Při kontrole jakosti přebíráme součástku pouze tehdy, jestliže se její rozměr pohybuje v rozmezí 26-27 mm. Rozměry součástek mají normální rozdělení se střední hodnotou 26,4 mm a směrodatnou odchylkou 0,2 mm. Jaká je pravděpodobnost, že rozměr součástky náhodně vybrané ke kontrole bude v požadovaných mezích?

X ... rozměr součástky

$$X \rightarrow N(\mu = 26,4; \sigma = 0,2)$$

$$\begin{aligned} P(26 < X < 27) &= F(27) - F(26) \\ &= \text{pnorm}(27, 26.4, 0.2) - \text{pnorm}(26, 26.4, 0.2) \end{aligned}$$

$$= \underline{\underline{0.9759}}$$

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

$n = 3$... počet pokusů

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Y ... hodnota chyby

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm) (tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ **Binomická NV**

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Y ... hodnota chyby $Y \rightarrow N(\mu = 0, \sigma = 3)$ **Normální NV**

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Y ... hodnota chyby $Y \rightarrow N(\mu = 0, \sigma = 3)$ Normální NV

$p = P(0 < X < 2,4) = pnorm(2.4, 0, 3) - pnorm(0, 0, 3) \doteq 0.288$

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ Binomická NV

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Y ... hodnota chyby $Y \rightarrow N(\mu = 0, \sigma = 3)$ Normální NV

$p = P(0 < X < 2,4) = pnorm(2.4, 0, 3) - pnorm(0, 0, 3) \doteq 0.288$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - dbinom(0, n, p) =$

Příklad

Výsledky měření jsou zatíženy jen normálně rozdělenou chybou s nulovou střední hodnotou a se směrodatnou odchylkou 3 mm. Jaká je pravděpodobnost, že při 3 měřeních bude alespoň jednou chyba v intervalu (0 mm; 2,4mm)?

X ... počet chyb v intervalu (0 mm; 2,4mm)(tj. počet úspěchů) při třech měřeních (pokusech).

$X \rightarrow Bi(n, p)$ **Binomická NV**

$n = 3$... počet pokusů

$p = ?$... pravděpodobnost, že chyba je v intervalu (0 mm; 2,4mm)

Y ... hodnota chyby $Y \rightarrow N(\mu = 0, \sigma = 3)$ **Normální NV**

$p = P(0 < X < 2,4) = pnorm(2.4, 0, 3) - pnorm(0, 0, 3) \doteq 0.288$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - dbinom(0, n, p) = \underline{\underline{0.6392757}}$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 2,5$... aproximace stř. hodnoty průměrem

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 2,5$... aproximace stř. hodnoty průměrem

$P(X = 0)$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 2,5$... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X = 0) = dpois(0, \lambda t)$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 2,5$... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X = 0) = dpois(0, \lambda t) = dpois(0, 2.5)$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

a) Určete pravděpodobnost toho, že se nikdo nepřihlásí během 14:30 - 14:36

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$\lambda t = EX \doteq \bar{X} = 2,5$... aproximace stř. hodnoty průměrem

$$P(X = 0) = dpois(0, \lambda t) = dpois(0, 2.5) = \underline{\underline{0.082085}}$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uběhnou 2-3 minuty.

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uplynou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uplynou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uplynou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min $\Rightarrow 2,5$ za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uplynou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min $\Rightarrow 2,5$ za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uplynou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min $\Rightarrow 2,5$ za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow Exp(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uběhnou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min $\Rightarrow 2,5$ za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow Exp(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV

$P(2 < Y < 3)$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uběhnou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min $\Rightarrow 2,5$ za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow Exp(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV

$$P(2 < Y < 3) = F_Y(3) - F_Y(2)$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uběhnou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow Exp(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV

$$P(2 < Y < 3) = F_Y(3) - F_Y(2) = \\ p_{exp}(3, 25/60) - p_{exp}(2, 25/60)$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

b) Určete pravděpodobnost toho, že od jednoho do dalšího přihlášení uběhnou 2-3 minuty.

X ... počet přihlášení během 6 min (interval $\langle 14 : 30, 14 : 36 \rangle$).

$X \rightarrow Po(\lambda t)$ Poissonova NV

v průměru 25 za 60 min \Rightarrow 2,5 za 6 min

$$EX = \lambda t \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda 6 \doteq 2,5 \Rightarrow \lambda \doteq \frac{2,5}{6} = \frac{25}{60}$$

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow Exp(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV

$$P(2 < Y < 3) = F_Y(3) - F_Y(2) =$$

$$p_{exp}(3, 25/60) - p_{exp}(2, 25/60) = \underline{\underline{0.1480934}}$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Určete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

hledáme t_0 : $P(Y > t_0) = 0,9$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

hledáme t_0 : $P(Y > t_0) = 0,9$
 $P(Y < t_0) = 0,1$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

hledáme t_0 : $P(Y > t_0) = 0,9$

$$P(Y < t_0) = 0,1$$

$$F_Y(t_0) = 0,1$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

hledáme t_0 : $P(Y > t_0) = 0,9$

$$P(Y < t_0) = 0,1$$

$$F_Y(t_0) = 0,1$$

$$t_0 = F_Y^{-1}(0,1) = \text{qexp}(0.1, 25/60)$$

Příklad

Ve velké počítačové síti se průměrně přihlašuje 25 uživatelů za hodinu.

c) Urcete maximální délku časového intervalu tak, aby pravděpodobnost, že se nikdo nepřihlásí byla alespon 0,9.

Y ... doba do dalšího přihlášení $Y \rightarrow \text{Exp}(\frac{1}{\lambda})$ Exponenciální NV
 $\lambda \doteq \frac{25}{60}$

hledáme t_0 : $P(Y > t_0) = 0,9$

$$P(Y < t_0) = 0,1$$

$$F_Y(t_0) = 0,1$$

$$t_0 = F_Y^{-1}(0,1) = qexp(0.1, 25/60) = \underline{\underline{0.2528652min}} = \underline{\underline{15.17191s}}$$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

hledáme x_0 : $P(X > x_0) = 0,1$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

hledáme x_0 : $P(X > x_0) = 0,1$

$P(X < x_0) = 0,9$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

hledáme x_0 : $P(X > x_0) = 0,1$

$$P(X < x_0) = 0,9$$

$$F(x_0) = 0,9$$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

hledáme x_0 : $P(X > x_0) = 0,1$

$P(X < x_0) = 0,9$

$F(x_0) = 0,9$

$x_0 = F^{-1}(0,9) = qnorm(0.9, 10, 1)$

Příklad

Předpokládejme, že svítivost hvězdy (ve vhodných jednotkách) je náhodná veličina X a má normální rozdělení $N(\mu; \sigma)$, kde $\mu = 10$ a $\sigma = 1$. Určete svítivost, již překoná pouze 10 procent hvězd.

X ... svítivost hvězdy.

$X \rightarrow N(\mu = 10; \sigma = 1)$

hledáme x_0 : $P(X > x_0) = 0,1$

$$P(X < x_0) = 0,9$$

$$F(x_0) = 0,9$$

$$x_0 = F^{-1}(0,9) = qnorm(0.9, 10, 1)$$

$$= \underline{\underline{11.28155}}$$